

Калмыков М. А.

Восточноукраинский
национальный
университет имени
Владимира Даля

УДК 621.9.048

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ, ПРОТЕКАЮЩИХ ПРИ ВИБРАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ

Наведено постановку завдання та його рішення по опису процесу, що відбувається у вібраційному верстаті при обробці деталей на різних операціях. Комплексно розглянутий процес вібраційної обробки з урахуванням розуміння зв'язку між елементами технологічної системи, а саме – представлено моделювання руху контейнера, взаємодії контейнера й робочого середовища й циркуляційного руху робочого середовища, і в тому числі поведіння деталі в обсязі контейнера при різних амплітудно-частотних характеристиках.

The task by description of detail treatment process on different operations is raising and its decision is resulted. Complex view of the oscillation treatment process with understanding of connection between the elements of the technological system, is considered. The container motion design, container and working environment and circulation motion of working environment co-operations are presented. Conduct of detail in the volume of container at different amplitude-frequency are also presented.

«Несмотря на эффективность вибрационной обработки, ее применение до последнего времени ограничивалось выполнением таких простейших операций, как очистка деталей, удаление заусенцев, скругление острых кромок»

Шаинский М. Е.

Для получения качественного технологического результата, под которым понимается не только конечный результат (качество поверхности и последующие эксплуатационные свойства изделия), но и усилия, затрачиваемые на него, т.е. средства, на котором этот процесс осуществляется, требуется понимание как принципов работы оборудования, так и понимание самого процесса вибрационной обработки (ВиО) (т.е. процесса, происходящего внутри контейнера), а также понимание связей между оборудованием – станком и процессом, им создаваемым, – движением рабочей среды и деталей (технологической системы) с возможностью управления последним при помощи изменения параметров первого.

Для осуществления этого (а такие попытки уже неоднократно предпринимались – решалось множество частных задач [1]) следует рассмотреть подходы, которые могли

бы позволить решить эту задачу – задачу описания процесса, происходящего в вибрационном станке (далее ВиО-станке) при обработке деталей на различных операциях.

Для формирования математического аппарата необходимо рассмотреть несколько вопросов, связанных с пониманием конструкции станка и применяемого инструмента (при этом учесть гипотезы и методы решения, которые ранее выдвигались исследователями).

Схематично и укрупненно (блоками) решение задачи (а в ряде случаев частных задач) следует рассматривать следующим образом – см. рис. 1.

От станка, функция которого – обеспечение конечного заданного производителем результата, также требуется и обеспечение высокой производительности со стремлением к минимизации энергозатрат при длительной работоспособности с



одновременной простотой конструкции и универсальностью.

За более чем пятидесятилетний опыт существования вибрационной обработки и попыток описания этого процесса сложились следующие направления в его представлении, отраженные в работах [2, 3, 4, 5, 6].

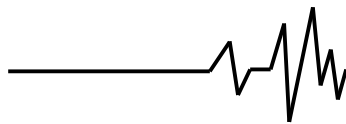
Учитывая, что процесс вибрационной обработки характеризуется количественными и качественными показателями, причем под количественными понимается съем металла в единицу времени с единицы площади, то естественно, что была осуществлена попытка

прямой оценки производительности процесса [2, 7, 8].

Наряду с прямой оценкой, более эффективной оказалась косвенная оценка производительности процесса [3, 5, 9], например, через энергетические показатели – мощность, рассеиваемую в процессе работы в рабочей среде, через определение кинематических показателей процесса, относительную скорость перемещения элементов рабочей среды и циркуляционную скорость с учетом (или без) их изменения по поперечному сечению контейнера.



Рис. 1. Схема решения задачи по получению технологического результата: АЧХ – амплитудно-частотные характеристики; V – объем контейнера



Оценке траектории движения приграничного слоя рабочей среды и контейнера с нахождением зависимости, учитывающей максимальное соударение элементов рабочей среды с колеблющимися поверхностями контейнера за определенный период времени, посвящены работы [5, 10].

Одновременно решались частные задачи определения съема металла за один удар абразивной гранулы с учетом, например, зернистости абразивной составляющей, плотности гранулы, доли, занимаемой абразивным зерном в единичном объеме гранулы, устанавливались зависимости по определению числа ударов гранулы по единице площади обрабатываемой поверхности, оценивалась вероятность прямых и тангенциальных соударений гранулы в процессе обработки и пр. [6, 11, 12, 13, 14].

Отдельной группой стоят модели, в которых осуществлялась попытка оценки производительности процесса вибрационной обработки с учетом формы применяемого инструмента - абразивной гранулы [8, 15, 16].

На основании анализа решаемых при ВиО задач можно предложить их классификацию (см. табл. 1), для чего предварительно и была проведена подробная детализация элементов, влияющих на процесс ВиО. Причем, как это предлагают [17], наиболее объективно это можно сделать, основываясь на детализации технологической системы.

Подобная детализация позволяет увидеть как решенные задачи, так и существующие противоречия и пробелы в отсутствии связей, позволяющих перейти к решению задач от одного уровня к последующему.

К анализу решения задачи взаимодействия абразивной гранулы с заготовкой

Как видно из вышеприведенного материала, при описании взаимодействия рабочей гранулы с заготовкой можно выделить решение следующих задач (см., например, [6, 7, 29, 30]):

- расчет съема материала с поверхности обрабатываемой детали единичной абразивной гранулой (единичный съем);
- расчет полного съема материала на основе расчета единичного съема.

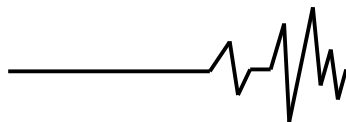
Отметим, что задача расчета единичного съема представляет собой сложную контактную задачу, при решении которой основными параметрами являются: сила взаимодействия рабочей гранулы с поверхностью обрабатываемой детали,

скорости рабочей гранулы и обрабатываемой детали (модуль и направление), форма и параметры поверхностей рабочей гранулы и заготовки (рис. 2).

Первые решения указанной контактной задачи основывались на простом рассмотрении взаимодействия рабочей гранулы и заготовки как удара с сохранением импульса системы [30] и изменением кинетической энергии системы [31]. Эти решения были мало пригодны для практического расчета, поскольку содержали трудно определяемые параметры. Так, в [30], как уже указывалось, расчетное выражение для единичного съема содержит как параметр время соударения, который используется и в расчетном выражении для силы взаимодействия рабочей гранулы и заготовки - детали в [31] (заметим, что она содержит опечатку в знаке перед массой детали).

Последующие решения рассматриваемой задачи стали учитывать, что взаимодействие рабочей гранулы с поверхностью обрабатываемой детали представляет собой взаимодействие (микрорезание и усталостное выкрашивание) с этой поверхностью абразивных зерен, вкрапленных в поверхность рабочей гранулы (см., например, [7, 8, 14, 29, 32]). В целом, однако, и в настоящее время решение задачи определения съема материала затруднено из-за «... большого разброса значений актов взаимодействия отдельных частиц обрабатываемой среды с обрабатываемой поверхностью» [33]. В частности, трудно учесть расположение абразивных зерен по поверхности рабочей гранулы, дающих общий эффект обработки (см., например, анализ соответствующих зависимостей из [6] в [29]). Трудно учесть и результат единичного взаимодействия абразивного зерна с поверхностью заготовки (так в [34] качественное решение соответствующей задачи рекомендуется корректировать на основе экспериментальных данных). И в этом случае, учитывая накопленный опыт и системные знания в области традиционного шлифования, например шлифовальным кругом, задача несколько упрощается [19, 35 и пр.].

В связи с этим интересен и теоретико-вероятностный подход к решению задачи определения съема материала с поверхности заготовки, связанный с рассмотрением вероятности такого взаимодействия абразивных частиц с поверхностью заготовки, которое приводит к покрытию этой поверхности «пятнами контакта» [7, 36]. Основу этого подхода составляет теория геометрических



Таблиця 1

Классификация задач при ВиО по уровням детализации

№ п/п	Наименование задачи	Автор работы
I Уровень детализации – «зерно»		
1	Прогнозирование возможного контакта и глубины внедрения	[18, 19]
2	Прогнозирование усилия взаимодействия	[18, 19]
3	Прогнозирование стружкообразования	[18, 19]
4	Прогнозирование разрушения, истирания, выпадения зерна	[18, 19, 20]
Примечание: применяются модели, используемые в традиционном шлифовании		
II Уровень детализации – «гранула»		
5	Прогнозирование формы инструмента	[16, 21, 22, 23]
6	Прогнозирование контактного взаимодействия и определение вектора силы микрорезания	[1, 2, 3, 4, 13, 15]
7	Прогнозирование видов резания	[13, 15]
8	Прогнозирование микрорельефа поверхности	[4, 11, 12, 14, 15, 18, 24]
9	Прогнозирование съема металла	[2, 4, 8, 10, 14, 18, 24]
Примечание: в приведенных исследователями зависимостях присутствуют значительные противоречия		
III Уровень детализации – «масса загрузки»		
10	Прогнозирование движения приграничного слоя массы загрузки	[3, 14, 25, 26]
11	Определение основных параметров рабочей среды	[4, 8, 11, 12, 14, 15, 18]
12	Прогнозирование поведения рабочей среды по высоте загрузки	[1, 4, 5, 10, 24]
13	Прогнозирование движения рабочей среды с деталями, подлежащими обработке, – массы загрузки	[1, 3, 25, 26]
Примечание: данные задачи находятся на начальных стадиях разработки, формировании как допущений, так и выбора методов их описания		
IV Уровень детализации – «заготовка»		
14	Определение размеров и формы обрабатываемой заготовки	[4, 24]
15	Определение числа обрабатываемых заготовок	[1, 3, 4, 25]
16	Прогнозирование движения заготовки в массе загрузки	[4, 27]
Примечание: имеются экспериментальные результаты		
V Уровень детализации – «станок (технологическая обрабатывающая система)»		
17	Прогнозирование траектории движения инструмента рабочей среды	[3, 5, 25]
18	Прогнозирование траектории движения контейнера станка	[3, 5]
19	Расчет АЧХ	[1, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 14, 25, 26]
20	Выбор кинематической схемы оборудования	[28]
21	Расчет основных узлов станка	[11, 12, 14]
22	Определение мощности и КПД	[11, 12, 14]
Примечание: отсутствие решенных задач по II и III уровням не позволяет перейти к созданию высокоэффективного и энергосберегающего оборудования		

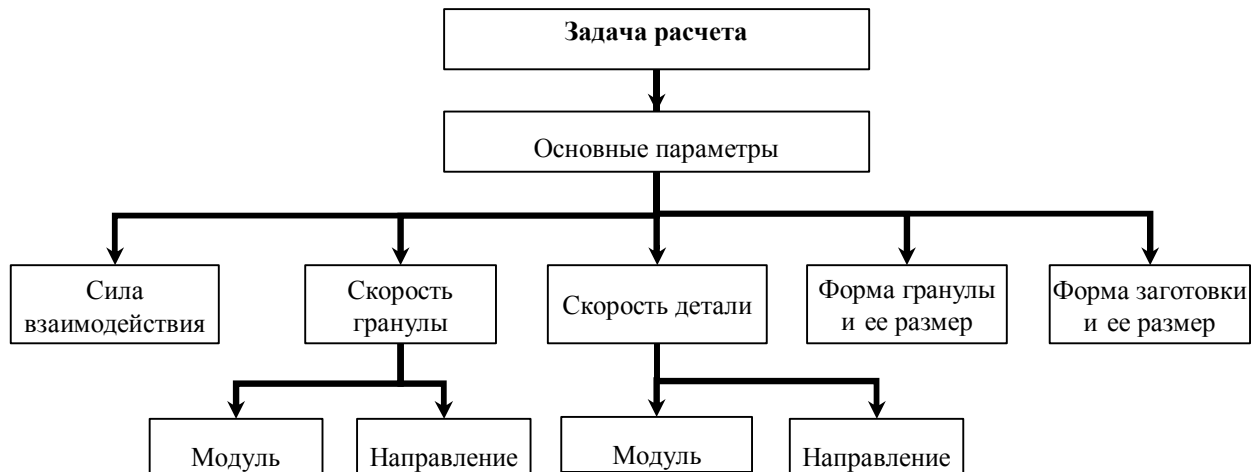
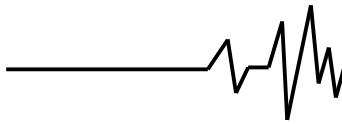


Рис. 2. К анализу решения задачи взаимодействия абразивной гранулы с заготовкой

вероятностей в задачах о покрытиях [10]. Однако применение этого теоретико-вероятностного подхода позволяет определить лишь вероятность покрытия обрабатываемой поверхности «пятнами контакта» определенной формы (эллипс) для абразивных гранул сферической формы. Для гранул же несферической формы применение указанного теоретико-вероятностного подхода отсутствует.

При этом, при указанном теоретико-вероятностном подходе не снимается необходимость решения контактной задачи о взаимодействии абразивной гранулы с поверхностью заготовки (чтобы, например, определить размеры «пятна контакта»). В настоящее время, однако, имеется несколько различных решений этой контактной задачи. Если вернуться назад, то в [37] указывается, что единичный съем материала с поверхности заготовки пропорционален квадрату силы соударения, которая, в свою очередь, принимается, по [14], пропорциональной относительной скорости рабочей гранулы и заготовки, что дает пропорциональность единичного съема квадрату относительной скорости. В работе же [7], исходя из той же пропорциональности силы взаимодействия абразивной гранулы с заготовкой и их относительной скорости по [14], для единичного съема получают пропорциональность его первой степени указанной относительной скорости. В работе же [29] выводится расчетное выражение для единичного съема, содержащее эту скорость в степени 2,5.

Отметим, что именно трудности получения общего решения задачи о взаимодействии рабочей гранулы с обрабатываемой деталью предопределяет в

настоящее время широкое применение эксперимента как основного метода исследования процесса ВиО (см., например, [2, 8, 14, 15, 16, 37]).

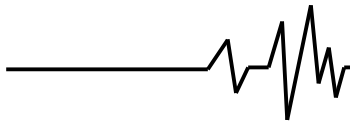
К анализу решений задачи описания движения вибрирующего контейнера и его загрузки

В существующих методиках такого описания выше были выделены следующие решаемые задачи:

- расчет вибрационного движения контейнера и загрузки, рассматриваемых как единая система (см., например, [30, 32]);
- расчет движения загрузки под действием вибрации (см., например, [11, 14, 30]);
- расчет энергетических процессов в загрузке при ее движении в вибрирующем контейнере (см., например, [8]).

В связи с задачей по расчету вибрационного движения контейнера и загрузки, рассматриваемых как нечто целое, отметим, что идеализация системы «вибрирующий контейнер - загрузка» как единого объекта позволяет относительно просто и в то же время достаточно точно решить задачу о траектории вибрирующего контейнера и его скорости [30, 32]. При этом, однако, движение загрузки в вибрирующем контейнере таким идеализированным расчетом определить нельзя, поскольку это движение определяется взаимодействием стенок контейнера с элементами загрузки, которое при указанной идеализации никак не учитывается [12, 30].

А именно движение загрузки, как обуславливающее процесс обработки, требуется определить (чтобы задать,



например, режим обработки [12]). Более того, как движение загрузки определяется движением контейнера, так и движение контейнера определяется движением загрузки (в системе действуют прямая и обратная связи между контейнером и загрузкой [12]). В итоге это приводит к необходимости решения задачи описания непосредственно движения загрузки. Она, конечно же, должна решаться на основе рассмотрения движения элементов загрузки. И, опять возвращаясь, надо отметить, что первые известные решения ее основывались на замене загрузки некоторым телом, что позволяет свести задачу к двумассовой виброударной системе (см., например, [38]), но не позволяет учесть циркуляционное движение загрузки и относительное движение ее элементов. Впрочем, и модель загрузки по [39] в виде «ядра» и внешних масс, связанных упруго с «ядром», также не позволяет в полной мере адекватно реальности описать циркуляционное движение (требуется эксперимент для определения параметров модели). Кроме того, такая модель не позволяет учесть самой характерной особенности циркуляционного и относительного движений элементов загрузки вибрирующего контейнера ВиО-станка - случайность этих движений [12, 40].

К вопросу формулировки задач исследований

Изложенное выше позволяет заключить, что в настоящее время для получивших наибольшее распространение контейнеров ВиО-станков U-образного типа имеется достаточно апробированный теоретический материал, но не позволяющий с приемлемой точностью решать задачу по расчету параметров циркуляционного движения элементов загрузки при заданных параметрах режима обработки (частота, амплитуда). А известные решения задачи определения съема материала (как характеристики ВиО) включают в себя большое количество эмпирических коэффициентов, что затрудняет практическое использование этих решений. Это связано с тем, что, ввиду сложностей процессов, имеющих место при обработке свободными абразивами в ВиО-станках, в настоящее время отсутствует методика расчета, которая максимально адекватно отражала бы реальные процессы такой обработки. Как следствие, имеющийся теоретический материал в виде соответствующих моделей охватывает не все стороны многофакторного процесса обработки

свободными абразивами в вибрирующих контейнерах ВиО-станков.

Теория рабочего процесса ВиО требует своего дальнейшего развития, связанного с решением задачи о наиболее общем описании кинетики загрузки рабочего контейнера при ВиО с учетом случайного характера механических взаимодействий рабочих гранул между собой и с деталями-заготовками в вибрирующем контейнере.

Как следует из вышеизложенного материала, моделирование каждого процесса само по себе является сложной математической задачей, кроме того, необходимо также учитывать их взаимное влияние. На рис. 3 показаны основные процессы, с точки зрения расчета конструкции и выбора рациональных режимов работы вибрационного станка.

Несмотря на то, что основными параметрами вибрационной обработки являются частота и амплитуда движения контейнера, данные характеристики являются вторичными по отношению к конструкции вибрационного станка и его возможностям. Параметры конструкции определяют траекторию движения контейнера и его скорость. Поэтому данный этап моделирования выбран в качестве начала, а также одного из основных связующих элементов между параметрами конструкции и работы станка. Результатом же моделирования должна быть траектория движения контейнера вибрационного станка.

Также должен учитываться тот факт, что в моделируемой системе имеет место обратная взаимосвязь, т.е. поведение рабочей среды влияет на траекторию движения контейнера, и, следовательно, уже на этом этапе можно делать выводы предварительные выводы относительно потерь мощности. В то же время моделирование поведения самой среды, как и процесс моделирования сыпучей среды, является задачей, которая на сегодняшний день полностью не решена. Однако требуемая детализация может быть достигнута реологическими подходами.

В связи с последним следующий этап моделирования разбивается на три части:

1. Моделирование взаимодействия поверхностного слоя рабочей среды и стенки контейнера.

2. Моделирование собственно процесса относительного движения рабочей среды.

3. Моделирование циркуляционного движения рабочей среды.

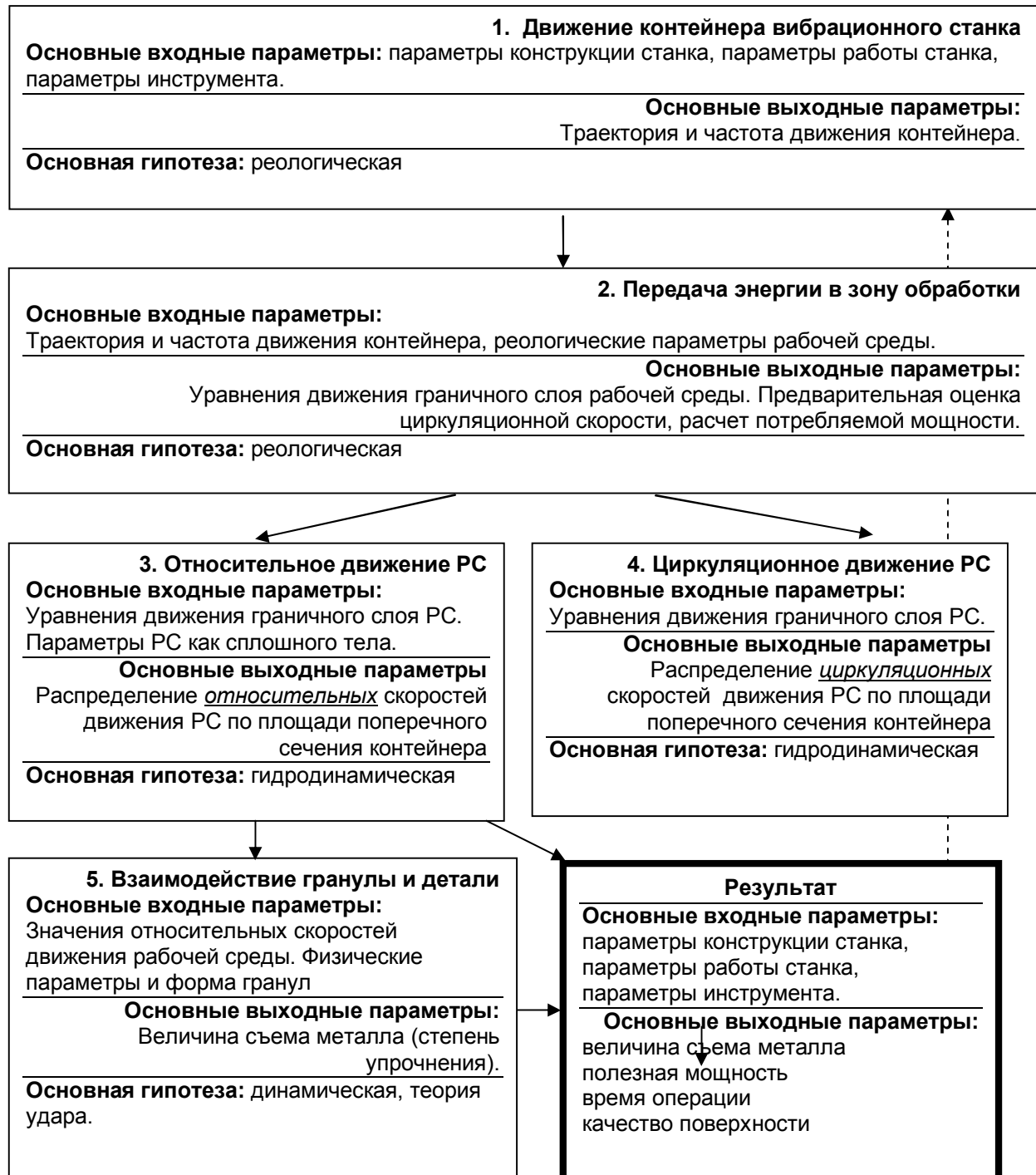
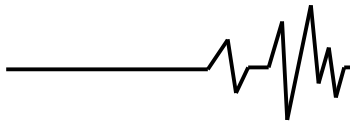
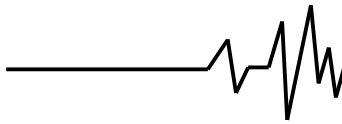


Рис. 3. Схема моделирования процессов, составляющих ВиО

Первые два пункта описывают, по сути, передачу силового импульса непосредственно в зону обработки, третий описывает вспомогательный процесс.

Для моделирования процесса передачи импульса сквозь среду не достаточно использования реологических методов, поскольку требуется исследование динамических характеристик этого процесса по

всей площади поперечного сечения контейнера. В то же время задача моделирования сыпучих сред под воздействием вибрации с наличием границ и разрывов не решена на сегодняшний день. Именно попытка применения наиболее проверенных, адекватных и обоснованных гипотез привела к необходимости разбиения на данные этапы. Кроме того, именно на этих



этапах могут быть сделаны выводы о рациональности тех или иных параметров работы и конструкции, т.к. именно на данном этапе происходит потеря мощности.

Далее такие данные, как скорость движения гранул рабочей среды, в определенной зоне контейнера, а также перемещение детали по данным зонам, уже могут быть использованы для дальнейшего моделирования процессов взаимодействия гранул и поверхности детали и получения окончательных выводов о съеме металла и качестве поверхности.

Моделирование движения контейнера вибрационного станка

Учитывая конструкцию вибрационного станка, для расчета параметров движения контейнера, как правило, применяют уравнение Лагранжа II-го рода, используя в качестве обобщенных координат соответственно вертикальную, горизонтальную оси, а также поворот контейнера вокруг его центра масс. Данный подход подразумевает, что модель одномассна, а контейнер и рабочая среда являются единым целым.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = F_q, \quad (1)$$

где q – обобщенная координата ($q \in \{X, Y, \varphi\}$)

T – кинетическая энергия системы;

U – потенциальная энергия системы;

F_q – внешняя обобщенная сила.

Изначально основным ограничивающим фактором, позволяющим максимально детализировать расчетную схему, была необходимость последующего аналитического решения либо возможность максимального упрощения для последующего численного решения. В данный момент такая необходимость отсутствует, т.к. после разложения по соответствующим обобщенным координатам дифференциальное уравнение принимает вид системы из нескольких линейных дифференциальных уравнений, которые успешно решаются типовыми программными продуктами.

Вторым допущением, следующим из первого, как правило, является то, что диссипацию энергии в контейнере учитывают элементами демпфирования, расположенными в подвеске контейнера.

Это значительно упрощает расчет, однако не позволяет учесть, что рабочая среда оказывает влияние на движение контейнера, причем характер этого влияния нелинейно

зависит от режимов колебаний контейнера. В то же время диссипация энергии, происходящая внутри массы загрузки, может выступать в качестве показателя, характеризующего интенсивность работы.

Также при подобном подходе проблематично оценить совокупную массу колеблющихся частей, т.к. по всей площади поверхности в непосредственном контакте с контейнером в среднем за период колебания находится только часть загрузки.

Получение же эмпирических зависимостей осложняется тем, что многие параметры рабочей среды изменяются в зависимости от конструктивных параметров станка, таких, как объем контейнера и его форма.

Как указано в [12], в непосредственный контакт с поверхностью стенок контейнера входит не вся масса загрузки, а лишь часть ее – 20-40%. При этом соударение происходит не по всей площади поверхности контейнера. Исходя из этого, в центр контейнера помещена точка, в которой сосредоточено 50-80% (в зависимости от объема контейнера и частоты колебаний) массы загрузки, связанная со стенками контейнера элементами упругости и демпфирования.

Учитывая описанные выше особенности, перспективным является рассмотрение двумассной колебательной системы. В данном случае влияние рабочей среды будет учитываться массой, расположенной в центре контейнера и связанной с его стенками элементами упругости и демпфирования.

Выходным параметром на данном этапе работы является численное решение системы уравнений, представляющее собой параметры колебаний контейнера.

Моделирование взаимодействия контейнера и рабочей среды

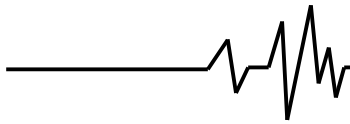
Изменение режимов вибраций рабочей среды определяется ее взаимодействием с поверхностью стенок контейнера, так, например, в работе [12] указано, что рабочая среда отрывается от вибрирующей поверхности при соблюдении следующего условия:

$$\frac{A\omega^2 \sin \beta}{g \cos \alpha} \leq 1,$$

где A и ω – амплитуда и частота колебаний контейнера;

β – угол между направлением колебаний и колеблющейся плоскостью;

α – угол наклона плоскости к горизонту.



Это же условие является и условием появления «виброкипящего» слоя. Однако описанное неравенство приемлемо лишь при рассмотрении рабочей среды как материальной частицы [5, 41] и не учитывает диссипативные свойства рабочей среды, зависящие от амплитудно-частотных характеристик и объема загрузки. Более того, на нормальную реакцию также оказывает влияние свободная поверхность рабочей среды, отражающая волну деформаций [3, 42]. А в случае вибрационной обработки эта зависимость не может учитывать влияние боковых стенок, создающих и отражающих силовой импульс.

Однако, если принять гипотезу о том, что пограничный слой ведет себя, как находящееся на поверхности твердое тело [41] при моделировании взаимодействия рабочей среды и стенок контейнера, то опять же диссипативные свойства сыпучей среды могут быть представлены реологическими связями (рис. 4).

Рассмотрим гранулу, находящуюся где-либо на поверхности стенок контейнера, предположив, что соседние с ней гранулы, находящиеся на поверхности, в процессе колебаний двигаются таким же образом [5, 41].

Тогда движение элемента рабочей среды, находящегося в непосредственном контакте со стенкой контейнера, может быть представлено системой дифференциальных уравнений, составленных для каждого этапа движения, описывающих перемещение элемента в соответствующих проекциях, и системой трансцендентных, неэлементарных уравнений для определения моментов перехода от одного этапа движения или деформации к другому.

На схеме, приведенной на рис. 4, ось x' направлена вдоль стенки контейнера, соответственно ось y' перпендикулярна ей. Оси x' , y' и оси x и y развернуты друг относительно друга на угол α в большинстве точек.

Т.е., получив уравнение движения контейнера и перейдя к двум координатам, далее необходимо развернуть оси для приведения уравнения движения к координатам x' , y' :

$$\begin{aligned} y_n &= (y - y_0) \cos \alpha - (x - x_0) \sin \alpha, \\ x_n &= (y - y_0) \sin \alpha + (x - x_0) \cos \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

где x_n, y_n – уравнение движения в новой системе координат.

x_0, y_0 – координаты расположения рассматриваемой площадки.

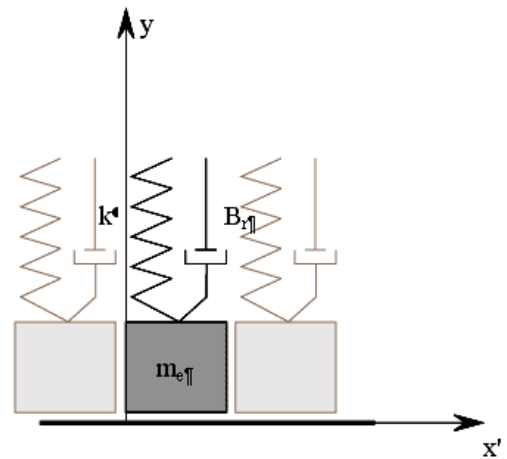


Рис. 4. Схема взаимодействия стенки контейнера и приграничного слоя рабочей среды: k – коэффициент жесткости рабочей среды; B_r – использованный ранее коэффициент демпфирования; m_e – суммарная масса элементов рабочей среды, распределенная по площади рассматриваемого фрагмента стенки контейнера

И далее согласно выбранной методике движение элементов РС рассматривается как:

1. Движение по оси y' , которое в свою очередь состоит из двух этапов:

- этап полета – элемент отрывается от стенки, и на него действуют упругие и диссипативные силы рабочей среды;
- этап совместного движения – элемент находится на поверхности контейнера.

2. Движение по оси x' , состоящее из трех этапов:

- этап полета;
- этап скольжения;
- этап совместного движения

описывается системой

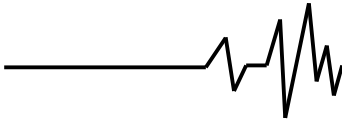
Для оси y' , уравнения движения будут описываться следующей системой:

$$\begin{cases} m_e \ddot{y}_e = -gm_e \cos \alpha - ky_e - B_r \dot{y}_e \\ \text{при } n \leq 0 \text{ или } y_e > y_n \\ y_e = y_n \text{ при } n > 0 \text{ и } y_e = y_n \end{cases}, \quad (3)$$

где y_e – функция движения элемента по оси y' ; n – сила реакции опоры, которая определяется, как:

$$n = gm \cos \alpha - m \ddot{y}_n + ky_n + B_r \dot{y}_n;$$

g – ускорение свободного падения, Первое уравнение является линейным дифференциальным уравнением, решаемым



аналитически. Начальные условия определяются из системы:

$$\begin{cases} y_e(t_e) = y_0(t_e); \\ y'_e(t_e) = y'_0(t_e); \end{cases}$$

где t_e - решение уравнения $n=0$, на полупериоде колебаний контейнера, при условии, что n меняет знак на отрицательный.

Для точки, расположенной точно по центру днища U-образного контейнера, и следующих параметров: $m=0,009$ кг; $\mu=30$ Н/м [43]; $B=1$ Нс/м [43]; $y_n(t) = A_y \sin(\omega t)$;

$y_n(t) = A_x \sin(\omega t)$; $A_y=0,002$ м; $A_x=0,003$ м; $f=40$ Гц график зависимости перемещения элемента рабочей среды от времени по оси y' будет выглядеть следующим образом (рис. 5).

При выборе рациональных параметров процесса вибрационной обработки необходимо учитывать, что импульс, передаваемый рабочей среде, необходимый для осуществления процесса микрорезания или ППД, будет максимален в точке 3, когда максимальна и скорость контейнера. Следует

Для оси x' :

$$\begin{cases} m_e \ddot{x}_e = -mg \sin(\alpha) - \dot{x}_e b \text{ при } n \leq 0 \\ m_e \ddot{x}_e = -mg \sin(\alpha) + \text{sign} \dot{x}_n \mu - \dot{x}_e b \text{ при } n > 0 \text{ и } \mu n \leq |m_e \ddot{x}_n|, \\ x_e = x_n \text{ при } n > 0 \text{ и } \mu n > |m_e \ddot{x}_n| \end{cases} \quad (4)$$

где x_e – функция движения элемента по оси x' ;

μ – коэффициент сухого трения между стенкой контейнера и элементом рабочей среды.

При определенных условиях режим совместного движения элемента рабочей среды и поверхности стенки контейнера может отсутствовать (в частности для условий, указанных выше). График, иллюстрирующий изменение силы инерции и силы трения, показан на рис. 6

Для того чтобы от полученных уравнений перейти к дальнейшему моделированию соответственно относительного и циркуляционного движения загрузки, необходимо получить их решение в приемлемом для дальнейшей работы виде. С

также отметить, что при определенных значениях перечисленных выше параметров соударение может произойти, по крайней мере, через один период. То есть определенное количество периодов рассматриваемый участок контейнера может совершать колебания «вхолостую».

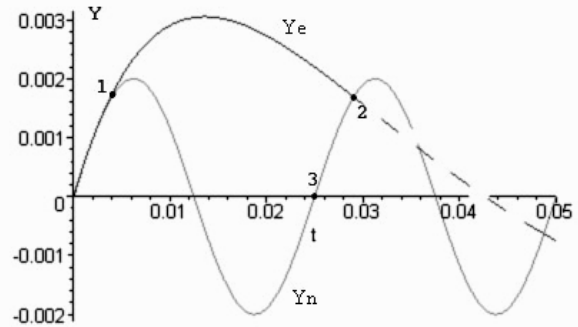


Рис. 5. График зависимости перемещения элемента рабочей среды по оси Y от времени (1 – точка отрыва, 2 – точка соударения, 3 – оптимальная точка соударения)

этой целью предлагается следующий алгоритм их численного решения:

1. Получение амплитудно-частотных характеристик движения точки поверхности контейнера.

2. Смещение и поворот системы координат для получения уравнений в системе X, Y в соответствии с формой контейнера.

3. Определение амплитуды и сдвига фаз между движением по осям x' и y' (получение уравнений движения в виде $y = A_y \sin(\omega t)$, $x = A_x \cos(\omega t + \psi)$).

4. Получение уравнений для определения условий перехода и решение дифференциальных уравнений,

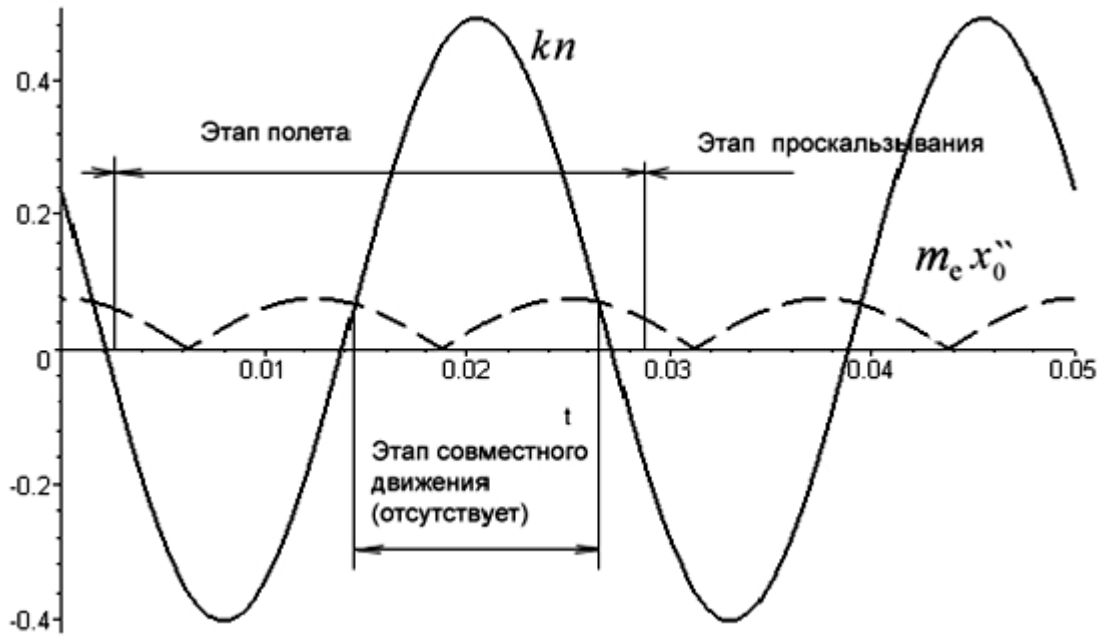


Рис. 6. Переход между различными этапами движения элемента рабочей среды по оси X в зависимости от изменения силы инерции и силы трения.

основывающихся на полученных начальных условиях, для определения уравнений движения по оси y' .

5. Корректировка координат начальной фазы для определения параметров циркуляционного движения. За начало следует принять точку на оси t (рис. 5), в которой наступает режим совместного движения либо, если таковая отсутствует, определенное количество периодов, то точку, после которой возникают условия, обеспечивающие режим проскальзывания (например, точка №2 (рис. 4), таковой не является, но уже следующая точка соприкосновения обеспечит необходимые условия). Далее, аналогично пункту 4, получение уравнения движения по оси X . Данная мера необходима для возможности дальнейшего анализа изменений, происходящих в системе, и поиска стационарного режима.

Таким образом, будет собрана некоторая кусочная функция, которую, спустя определенное количество периодов, после проявления стабильных режимов можно использовать для анализа.

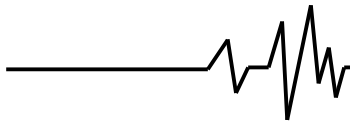
Подобные решения уместнее всего реализовывать в системах компьютерной алгебры, способных совместить аналитические и численные вычисления.

Необходимо обратить внимание на следующие особенности:

– в траектории движения элемента рабочей среды присутствуют резкие отклонения от траектории движения контейнера. Это связано с тем, что при определении начальных условий движения элемента по оси x' на этапе отрыва его начальная скорость не соответствует скорости контейнера, а вычисляется, исходя из значения скорости на этапе проскальзывания с учетом результата расчетов в предыдущие периоды;

– соответственно, на 70% поверхности контейнера, находящейся в непосредственном контакте с рабочей средой, при соприкосновении с ней не происходит значительного изменения скорости движения по оси x' . Значение импульса по оси x' гораздо меньше, чем значение по оси y' . Из этого следует, что циркуляционное движение не оказывает значительного влияния на передачу импульса в зону обработки, т.е. непосредственно на ее интенсивность.

Оценка влияния амплитудно-частотных характеристик на среднее (по поверхности контейнера) значение импульса, передаваемого рабочей среде за период колебаний и необходимого для осуществления процесса микрорезания или ППД, основываясь на предложенной модели, может быть произведена следующим образом



$$\frac{1}{l} \int_{(S)} m |y'_e(t_{удар}) - y'_n(t_{удар})| ds, \quad (5)$$

где S – функция, описывающая геометрическую форму контейнера, в координатах X, Y ;

l – длина кривой, аппроксимирующей линию поперечного среза контейнера;

$t_{удар}$ – решение уравнения $y'_e(t) = y'_n(t)$, принимая во внимание сдвиг фаз на интервале $1/4f \dots 5/4f$. При данных условиях, если функция будет не определена, если столкновение происходит на какой-либо последующий период, это условие позволяет учитывать не только скорость соударения, но и его частоту.

Нужно учитывать, что при численном расчете начальными должны быть только параметры вибрационного станка и параметры рабочей среды, остальные данные являются функциями, зависящими от этих параметров.

На рис. 7. приведена зависимость среднего силового импульса, передаваемого рабочей среде по всей площади стенки контейнера. Очевидно, что он растет с увеличением частоты колебаний. А на рис. 8. – то же значение, но за период, т.е. с учетом того, что некоторые периоды контейнер двигается вхолостую.

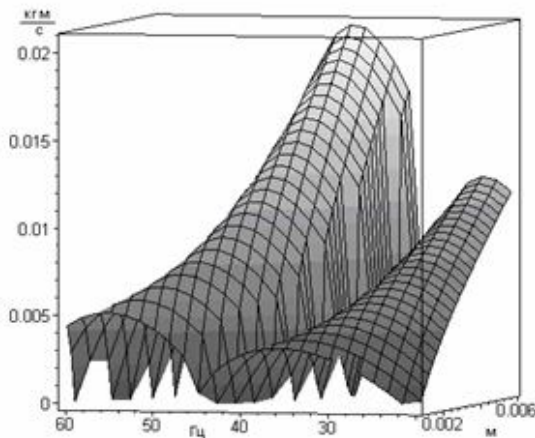


Рис. 7. Результаты расчета величины силового импульса, передаваемого рабочей среде

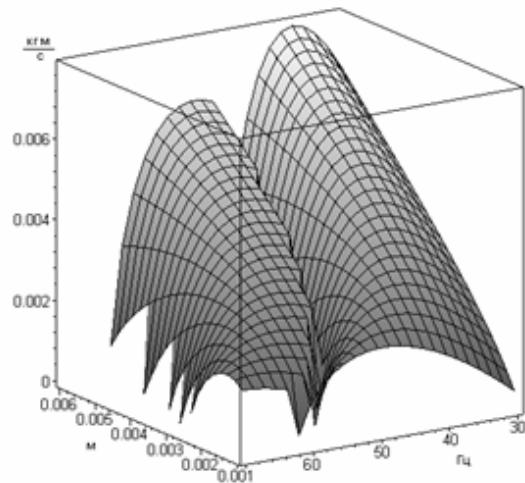


Рис. 8. Результаты расчета величины силового импульса, передаваемого рабочей среде за период колебаний

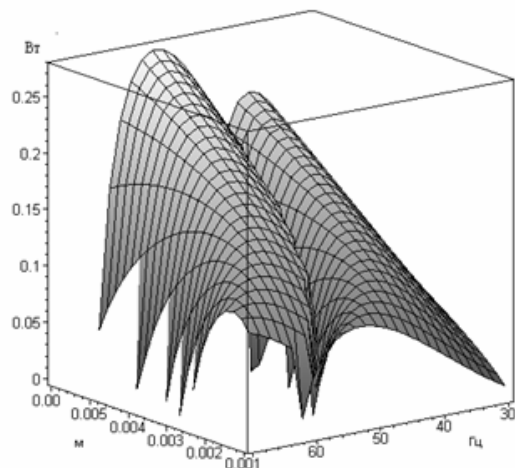
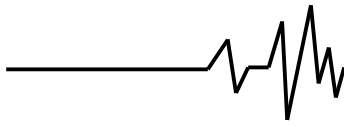


Рис. 9. Результаты расчета величины мощности, передаваемой рабочей среде за период колебаний

Из приведенных графиков следует, что импульс увеличивается с увеличением амплитуды колебаний, однако из этого не следует повышение эффективности, так как:

1. Значения параметров, определяющих в модели рабочую среду, были получены экспериментально и зависят от амплитудно-частотных характеристик. Их величины при значительном отклонении амплитуды могут изменяться по отличным от [43] зависимостям и требуют дополнительных исследований.

2. Увеличение импульса может быть нецелесообразно, так как это может повредить поверхность детали.



3. Существуют определенные режимы, на которых возникает устойчивое циркуляционное движение, в определенных случаях необходимое для транспортировки деталей сквозь зоны с различной интенсивностью обработки.

Данные результаты могут быть применены для определения условий выполнения той или иной технологической операции (например, операции полирования, упрочнения или снятия заусенцев).

Что касается рационального подбора параметров процесса, то характерным показателем в данном случае является мощность, передаваемая пограничным слоем. Зависимость передаваемой мощности от амплитудно-частотных характеристик приведена на рис. 9. Как видно из рисунка, для данной рабочей среды график изменения мощности почти симметричен графику изменения импульса.

Необходимо обратить внимание на «обрыв» в центре графиков, который свидетельствует о том, что при данной комбинации амплитудно-частотных характеристик отсутствует соударение рабочей среды и стенок контейнера в пределах заданного интервала. То есть рабочая среда как бы «не успевает» за контейнером, и, по крайней мере, один период колебаний контейнер совершает вхолостую. В результате происходит снижение передаваемого силового импульса за период колебания, что наглядно видно на рис. 8. (Это явление было упомянуто в [41], в большинстве современных математических моделей этот вопрос не рассмотрен.) Однако с увеличением частоты колебаний мощность продолжает расти. Очевидно, что на практике отсутствуют такие резкие спады.

По тем же причинам мощность, передаваемая поверхностным слоем, как показывают данные теоретические исследования, при дальнейшем увеличении частоты колебаний резко снижается (рис. 9). Это явление во многих работах было подтверждено практически, также указывалось и в теоретических предположениях.

Результаты полученных расчетов позволяют говорить о том, что уже на данном этапе модель позволяет в зависимости от основных конструктивных параметров:

– достаточно точно определить диапазон амплитудно-частотных характеристик работы вибрационного станка, обеспечивающих необходимые параметры обработки, в первую очередь – для операции ППД;

– определить диапазоны наиболее рационального расхода мощности;

– учесть такие особенности процесса, как наличие циркуляции рабочей среды и снижение реакции рабочей среды при увеличении частоты колебаний.

Моделирование циркуляционного движения рабочей среды

Теоретические решения данной задачи на сегодняшний день практически отсутствуют. Так, в работе [10] в качестве метода оценки циркуляционного движения использовалось уравнение диффузии, которое позволило получить значение циркуляционной скорости, однако не учитывало большое количество параметров, таких, как форма контейнера, траектория его движения, тип рабочей среды и многие другие. Также оно не позволяло оценить циркуляционное движение по всей площади поперечного сечения контейнера, а лишь предоставляло среднюю величину.

Реологические подходы, использованные в работах [31, 43], также обладают всеми перечисленными недостатками, их можно модифицировать, добавив изменение амплитуды движения стенок контейнера по их контуру, и даже учесть форму, однако с помощью реологических подходов невозможно определить распределение скоростей элементов рабочей среды внутри контейнера.

Существует несколько подходов, позволяющих определить среднюю скорость циркуляционного движения, а также его наличие или отсутствие, однако делать выводы на их основе о траектории движения детали в процессе обработки нельзя, тем более, что ни один из способов не учитывает форму и массу изделия.

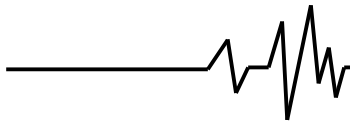
При решении данной задачи необходимо учитывать, что в основе данного явления лежат два физических процесса:

– вибрационное транспортирование рабочей среды у стенок контейнера, в результате которого, собственно, рабочая среда и перемещается.

– изменение под воздействием вибрации коэффициента вязкости и проявление сыпучей средой свойств, присущих жидкостям.

Поэтому именно описание данных процессов должно лежать в основе математической модели перемещения детали в контейнере.

Результатом же моделирования должно быть векторное поле скоростей движения элементов рабочей среды и деталей в поперечном сечении контейнера в зависимости от его конструктивных параметров и режима работы.



Результатом работы математической модели движения приграничного слоя будут скорости элементов рабочей (рис. 10, v – средняя скорость перемещения элемента). Опираясь на эти данные, а также на параметры рабочей среды, необходимо рассчитать

скорость элементов рабочей среды в остальных точках поперечного сечения контейнера. Такая задача может быть описана уравнением Навье-Стокса, которое в общем виде записывается следующим образом:

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v \right] = -grad p + \eta \Delta v + \left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) grad div v + f, \quad (6)$$

где ρ – плотность среды; v – скорость среды; p – давление; η – динамическая вязкость; ξ – вторая вязкость; f – посторонняя сила; Δ – оператор Лапласа; ∇ – оператор Гамильтона;
Кроме того: h – высота загрузки; l – ширина загрузки;

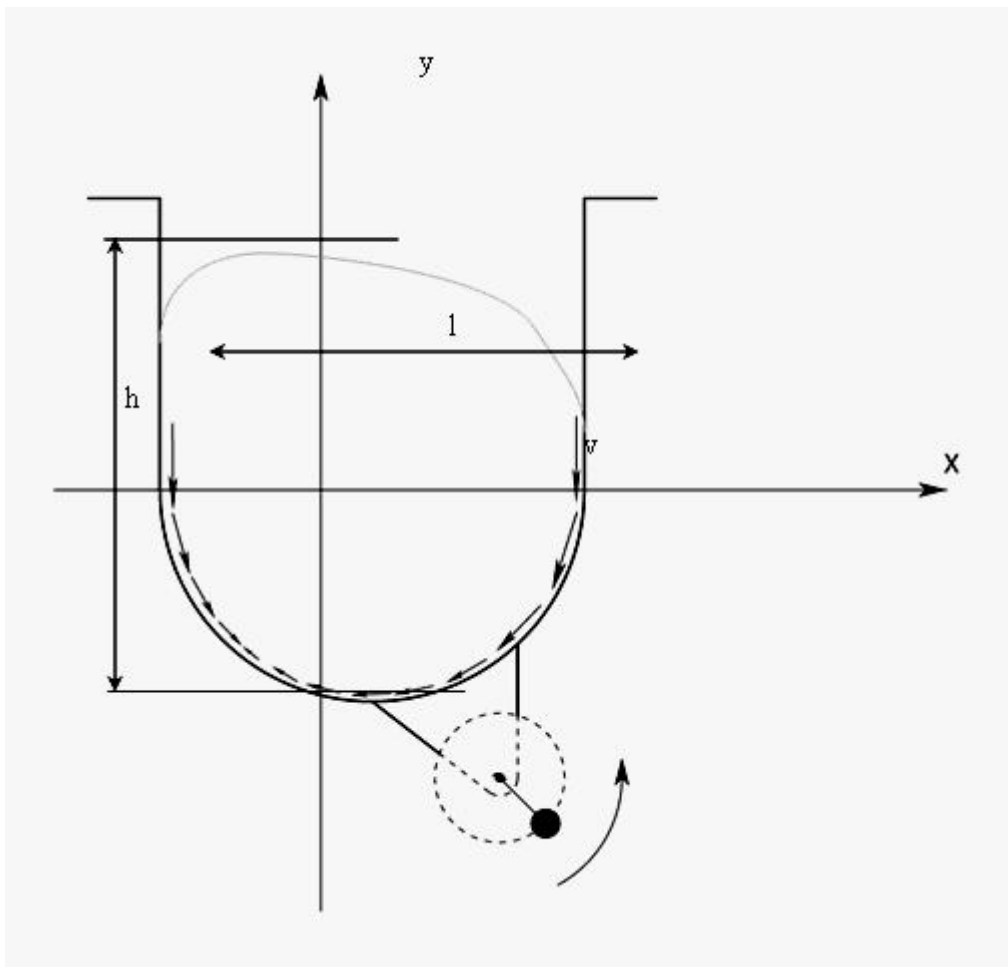
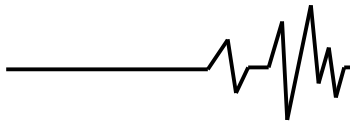


Рис. 10. Перемещение приграничных элементов РС за период колебаний по контуру контейнера



Принимается, что:
– плотность рабочей среды не
изменяется в зависимости от давления;
– течение является стационарным (на
границе используется средняя скорость)

Тогда, расписав для двумерной системы
координат соответствующие
дифференциальные операторы и учитывая,
что на среду действует сила тяжести, равная
 $f = \rho g$, имеем систему:

$$\begin{cases} v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right); \\ v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) + g; \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0; \end{cases} \quad (7)$$

где v_x, v_y – компоненты скорости движения среды.

Последним уравнением в системе
является уравнение непрерывности.

Даная система представляет собой
систему дифференциальных уравнений в
частных производных.

Необходимо решение краевой задачи,
граничные условия для которой представляют
собой скорости элементов рабочей среды в

приграничной области (рис. 10), полученные с
помощью математического аппарата,
описанного ранее.

Таким образом, граничные условия
представляют собой результат численного
решения уравнения:

$$U = \frac{1}{2} \left[2C_x (x - L_y \varphi)^2 + C_y (y - L_x \varphi)^2 + \right. \\ \left. + C_y (y + L_x \varphi)^2 + C_r (x_{cr} - x)^2 + C_r (y_{cr} - y)^2 \right] \quad (8)$$

На свободной границе давление p будет
равно атмосферному.

Решением уравнения будет векторное
поле скоростей движения РС внутри
контейнера, а также распределение давления.

Современные вычислительные пакеты
(например, Mathcad, Matlab, Maple, а также
системы непосредственного численного
моделирования, такие, как OpenFoam) не
решают подобные системы
дифференциальных уравнений. Поэтому ее
решение предлагается реализовать
использованием конечно-разностной схемы.

С целью сокращения погрешности при
выборе граничных условий и наложении их на
конечно-разностную сетку данная процедура
производится в обратном порядке:

1. Задается прямоугольная область –
двумерный массив $m \times n$ элементов (конкретно
при моделировании рассматривался массив
 30×50 элементов). Принимается размерность
сетки $\tau \times \nu$. При этом:

$$\tau = \frac{h}{m}; \quad \nu = \frac{l}{n};$$

Таким образом, данный двумерный
массив является поперечным сечением
контейнера.

2. На сетку накладывает функция,
аппроксимирующая форму контейнера, кривая
Безье, либо фрагмент эллипса. В этом случае
элементы массива задаются, исходя из
округления применяемой функции до
ближайшей соответствующей точки в сетке.
Либо элементы массива задаются вручную.

По сути, данный этап является лишь
заданием начального условия – формы
контейнера – для всей математической модели
в целом.

3. На основе полученных уравнений
движения контейнера вычисляются частота и
амплитуда колебаний точек стенок контейнера.

4. Для каждой точки массива, в которой
задана стенка контейнера, определяется:

а. Уравнение движения контейнера и
далее разворот и смещение системы
координат.

б. Вычисляется уравнение движения
приграничного элемента вдоль стенки
контейнера – уравнение (8).