

Завгородний А. И.

Синяева О. В.

Харьковский
национальный
технический
университет
сельского хозяйства
им. Петра Василенко

УДК 631.362

ДВИЖЕНИЯ ШАРА В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ МЕЖДУ ВИБРИРУЮЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

Приведені теоретичні дослідження просторового періодичного руху сферичної частинки у повітряному потоці між двома плоскими поверхнями, які коливаються. Розглянуто випадок, коли поверхні розміщені вертикально, а рух частинки є симетричним відносно кожної з них.

Theoretical researches of spatial motion of spherical particle are resulted in the current of air between two hesitating planes. A case is considered, when planes are set apeak, and motion of particle is symmetric in relation to each of them.

Постановка проблемы. Как показывает многолетний опыт, послеуборочная обработка зерна при достижении требуемых кондиций качества, как правило, не может обойтись без использования воздушного потока. Например, в решетных зерноочистительных машинах с помощью воздушного потока из зерновой смеси выделяют пыль и легкие примеси. В вибростолах с помощью воздуха создают, так называемый, псевдосжиженный зерновой слой, в котором и происходит разделение смеси. Популярными, из-за простоты конструкции, остаются различного вида веялки (воздушные сепараторы), где разделение происходит в воздушном потоке по коэффициенту парусности. Основной их недостаток – чрезвычайно короткий интервал времени воздействия воздушного потока на частицы смеси (доли секунды) при приемлемых габаритных размерах конструкций. Это приводит к потерям качества обработки смесей и, тем самым, сужает область применения воздушных сепараторов в производстве.

Указанный недостаток устранен в машинах [1, 2], где зерновая смесь вовлекается воздушным потоком в движение между плоскостями, которые колеблются в поперечном направлении. Регулярные соударения частиц с плоскостями снижают скорости их движения вдоль плоскостей, в результате чего время обработки смеси воздушным потоком существенно увеличивается. Но, пока неясно, какое влияние на движение частиц в процессе обработки будут оказывать параметры режима работы машины (амплитуда и частота колебаний плоскостей, зазор между ними, скорость воздушного потока) и свойства

самых частиц (упругость, шероховатость, крупность).

Это вызывает необходимость изучения технологического процесса сепарирования на базе математической модели движения частиц в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями.

Анализ последних исследований.

Как уже было отмечено выше, каждая частица смеси, совершая пространственное движение, испытывает регулярные соударения с плоскостями. Это отсеивает многие работы, посвященные плоскому удару. Среди работ о пространственном соударении выгодно отличается исследование Плявниекса В.Ю. [3]. Автор рекомендует применение полученных результатов для изучения процессов сепарации и доказывает более высокую их адекватность в сравнении с результатами, основанными на Ньютоновской гипотезе.

Движение частиц в воздушной среде с сопротивлением изучено Василенко П.М. [4]. Рассмотрено как линейное, так и квадратичное сопротивление движению частицы по отношению к скорости воздушного потока. Продолжением этих исследований стало изучение движения частиц в условиях переменной скорости воздушного потока [5]. В нашей работе рассматривается случай, когда эпюра скоростей воздуха между плоскостями имеет прямоугольную форму.

После опубликования работ Кобринского А.Е. и Кобринского А.А. (в частности работы [6]) стало общепринятым рассматривать движение различных масс, связанных с колебаниями в механических, технологических и др. системах, как периодическое. Авторы показали, что



периодические режимы устанавливаются достаточно быстро – всего за несколько колебаний и являются устойчивыми в широких диапазонах значений параметров.

Цель работы. Перемещение частицы в воздушном потоке между колеблющимися плоскостями при наличии ее регулярных соударений с одной и другой плоскостью до настоящего времени не изучалось. Мы будем рассматривать периодические режимы движения частицы, когда ее траектории на каждом из периодов колебания плоскостей однотипны. При этом форму частицы будем считать сферической, а условия движения – симметричными: плоскости имеют одинаковые свойства и установлены вертикально. Это внесет известные упрощения при описании удара частицы о плоскость, а также позволит вместо целого периода движения ограничиться рассмотрением его половины.

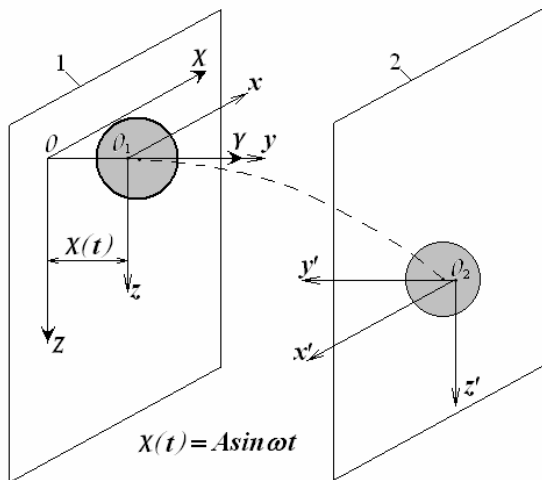


Рис. 1. Схема размещения осей координат и шара в момент удара

Основное содержание работы. На рис. 1 схематически показано перемещение сферической частицы между плоскостями в течение полупериода колебаний и положение выбранных осей координат для описания этого движения. Плоскости 1 и 2 синхронно колеблются в поперечном направлении по гармоническому закону относительно абсолютной системы координат XYZ . С плоскостью 1 связана относительная система координат x,y,z , начало которой совпадает с точкой соприкосновения частицы в момент удара. В точку соударения частицы с плоскостью 2 помещена штрихованная система $x'y'z'$. Она получена поворотом осей x и y вокруг оси z на 180° . Такое расположение

системы $x'y'z'$ дает возможность применять уравнения удара частицы о плоскость 2 в таком же виде, как и при ударе о плоскость 1.

Вполне оправдано массу частицы считать настолько малой, что она при взаимодействии с плоскостями практически не оказывает влияния на закон их движения. В этом случае указанное взаимодействие следует рассматривать, как удар частицы о препятствие. В работе [3] решена задача о пространственном соударении двух тел. Результаты этой работы можно перенести на случай удара, к примеру, первого тела о препятствие, если считать массу второго тела m_2 бесконечной. Выполняя предельный переход при условии, что $m_2 \rightarrow \infty$, получим уравнения удара тела произвольной формы о препятствие. Чтобы получить уравнения удара для частицы сферической формы, необходимо провести дополнительные преобразования. Во-первых, все центробежные моменты инерции для однородного шара (или с симметричным размещением масс) равны нулю, в результате чего тензор инерции упрощается и приводится к диагональному виду. Во-вторых, если центр тяжести тела и точка соударения лежат на одной и той же нормали к препятствию, что и наблюдается в случае шара, то коэффициент восстановления нормального импульса заменяется Ньютоновским коэффициентом восстановления нормальной скорости при ударе – R . Указанные выше преобразования, которые по сути можно отнести к элементарным алгебраическим, достаточно трудоемки и занимают много места. Поэтому приведем здесь лишь окончательный результат. Для этого введем следующие обозначения:

$\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ - скорость центра тяжести шара до удара;

$\vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$ - скорость точки соприкосновения шара с плоскостью до удара;

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z), \vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ - то же после удара;

$\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ - угловая скорость движения шара до удара;

$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ - угловая скорость движения шара после удара;

r, ρ - соответственно, радиус шара и радиус инерции шара;

$\mu = (\rho/r)^2$, причем для шара: $0 < \mu < 2/3$ [7].

Необходимо еще отметить, что в работе [3] рассмотрены три качественно различных случая удара в связи с этапами деформации и



восстановления формы тел при соударении. Наличие касательной скорости тела в точке соприкосновения приводит к тому, что в начале удара происходит относительное проскальзывание тел. Если проскальзывание прекращается на, упомянутом выше, этапе деформации, то этот случай назван "частичным скольжением 1" (ЧС1). Если проскальзывание прекращается на этапе восстановления формы, то этот случай назван "частичным скольжением 2" (ЧС2). Если же касательная скорость настолько большая, что проскальзывание не прекращается и к концу удара, то этот случай назван "полным скольжением" (ПС). Однако проведенные преобразования показали, что в случаях ЧС1 и ЧС2 для шара уравнения удара одни и те же. Таким образом, разделение "частичного скольжения" на два случая имеет лишь принципиальное значение, и не вносит никаких различий в методику расчета. Исходя из этого, в дальнейшем будем различать вместо трех упомянутых случаев удара только два – частичного (ЧС) и полного (ПС) скольжения.

Для случая ЧС получены следующие уравнения удара сферической частицы о плоскость:

$$v_x = u_x - \frac{\mu(u_x + \varpi_z r)}{1 + \mu}; \quad (1)$$

$$v_y = -R u_y; \quad (2)$$

$$v_z = u_z - \frac{\mu(u_z - \varpi_x r)}{1 + \mu}; \quad (3)$$

$$\Omega_x = \varpi_x + \frac{u_z - \varpi_x r}{r(1 + \mu)}; \quad (4)$$

$$\Omega_y = \varpi_y; \quad (5)$$

$$\Omega_z = \varpi_z - \frac{u_x + \varpi_z r}{r(1 + \mu)}, \quad (6)$$

Уравнения (1)-(6) применимы, если выполнено условие:

$$f \geq \frac{\mu \sqrt{(u_x + \varpi_z r)^2 + (u_z - \varpi_x r)^2}}{(1 + \mu)(1 + R)|u_y|}, \quad (7)$$

где f - коэффициент трения. Если же условие (7) не выполнено, то происходит ПС, для которого уравнения удара будут иметь вид:

$$v_x = u_x + u_y \frac{f(1 + R)\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}; \quad (8)$$

$$v_y = -R u_y; \quad (9)$$

$$v_z = u_z + u_y \frac{f(1 + R)}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}; \quad (10)$$

$$\Omega_x = \varpi_x - u_y \frac{f(1 + R)}{\mu r \sqrt{1 + \varepsilon^2}}; \quad (11)$$

$$\Omega_y = \varpi_y; \quad (12)$$

$$\Omega_z = \varpi_z - u_y \frac{f(1 + R)\varepsilon}{\mu r \sqrt{1 + \varepsilon^2}}, \quad (13)$$

где:
$$\varepsilon = \frac{u_x + \varpi_z r}{u_z - \varpi_x r}. \quad (14)$$

Уравнения удара (1)-(14) позволяют по значениям угловых скоростей шара и линейных скоростей его центра масс до удара определить те же величины после удара. Равенства (5), (12) показывают, что удар не оказывает влияния на вращение шара вокруг оси y . Это объясняется тем, что точка контакта шара с плоскостью и центр масс лежат на оси y , а значит, момент ударного импульса вокруг указанной оси отсутствует.

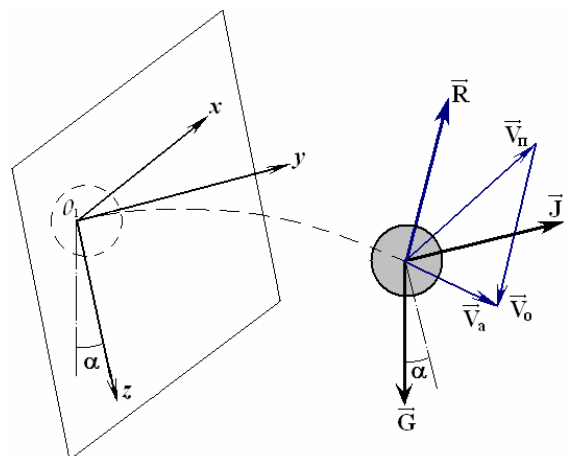
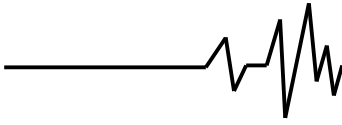


Рис. 2. Расчетная схема движения шара вне контакта с плоскостями

Рассмотрим теперь полет частицы в промежутке между ударами (рис.2). Для определения положения частицы в любой момент времени выберем относительную систему координат xuz . Дифференциальные уравнения движения частицы в указанных осях будем составлять для общего случая, когда плоскости имеют поперечный наклон так, что ось z будет составлять с вертикалью угол α . Такое расположение осей достигается поворотом плоскости на соответствующий угол вокруг горизонтальной оси x . Пространство между плоскостями продувается воздухом со



скоростью потока \vec{V}_n , направленной вдоль оси x . Абсолютная скорость частицы – \vec{V}_a направлена по касательной к траектории движения (пунктирная). Исходя из изложенного, для указанных скоростей можно записать:

$$\vec{V}_n = (V_n, 0, 0); \quad \vec{V}_a = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}). \quad (15)$$

Тогда скорость частицы относительно воздушного потока равна:

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_a - \vec{V}_n = (\dot{x} - V_n, \dot{y}, \dot{z}) \quad (16)$$

и, следовательно, ее направляющие косинусы запишутся следующим образом:

$$\cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{i}}) = \frac{\dot{x} - V_n}{V_0}; \quad \cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{j}}) = \frac{\dot{y}}{V_0}; \quad (17)$$

$$\cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{k}}) = \frac{\dot{z}}{V_0},$$

$$\text{где } V_0 = \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad (18)$$

а $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – координатные орты.

В горизонтальное движение частица вовлекается силой сопротивления воздушной среды, которая пропорциональна квадрату относительной скорости [4, 5]: $|\vec{R}| = mkV_0^2$. Направление этой силы противоположно скорости \vec{V}_0 (рис.2). Учитывая еще соотношения (17), для проекций силы \vec{R} на оси координат можно записать:

$$R_x = -mkV_0^2 \cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{i}}) = -mk(\dot{x} - V_n)V_0; \quad (19)$$

$$R_y = -mkV_0^2 \cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{j}}) = -mk\dot{y}V_0; \quad (20)$$

$$R_z = -mkV_0^2 \cos(\widehat{\vec{V}_0, \vec{k}}) = -mk\dot{z}V_0. \quad (21)$$

Здесь: m – масса частицы; k – коэффициент пропорциональности.

Кроме рассмотренной выше, на частицу действует сила тяжести \vec{G} , направленная вертикально вниз, и сила инерции \vec{J} , направленная по нормали к плоскости (вдоль оси y). Последняя появляется в связи с переходом от абсолютной к относительной (подвижной) системе координат. Если начало отсчета времени совместить с моментом удара, то сила инерции определится так:

$$J = mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi), \quad (22)$$

где: A, ω – соответственно, амплитуда и круговая частота колебаний;

φ – фаза удара.

С учетом выражений (16)-(22) дифференциальные уравнения движения центра масс частицы приводятся к виду:

$$\ddot{x} = -k(\dot{x} - V_n)\sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}; \quad (23)$$

$$\ddot{y} = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) - g \sin \alpha - k\dot{y}\sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}; \quad (24)$$

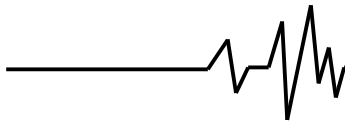
$$\ddot{z} = g \cos \alpha - k\dot{z}\sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}. \quad (25)$$

К полученным уравнениям следовало бы добавить еще три, описывающих вращательное движение. Но, с одной стороны, моменты сопротивления вращению частицы пренебрежимо малы, так как создаются только за счет трения ее поверхности о воздух. Кроме того, движение частицы в промежутке между ударами о плоскости длится очень недолго (обычно только сотые доли секунды). За это время скорость вращения частицы практически не меняется. Поэтому правомерно считать, что угловые скорости частицы меняются только в моменты соударений с плоскостями, а во время полета – остаются неизменными.

В дальнейшем решение задачи об установившемся режиме движения частицы проводилось в среде «Mathcad» [8]. Были подготовлены три «подпрограммы-функции», которые использовались в блоке решения систем нелинейных уравнений «Given-Find».

Две из указанных подпрограмм UDT($u_x, u_y, u_z, \omega_x, \omega_z$) и UDS($u_x, u_y, u_z, \omega_x, \omega_z$) составлены на основе уравнений удара, (1)-(6) и (8)-(14). По заданным значениям скоростей центра масс частицы до удара, за исключением составляющей ω_y , которая в момент удара не изменяется, эти функции выводили вектор $(v_x, v_y, v_z, \Omega_x, \Omega_z)^T$ значений указанных скоростей после удара для случаев, соответственно, ЧС и ПС (здесь верхним индексом «Т» обозначен оператор транспонирования вектора). В подпрограммах предусмотрен также контроль принадлежности удара к случаям ЧС или ПС по условию (7).

Третья подпрограмма F($v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z$) базировалась на численном решении дифференциальных уравнений (23)-(25) движения частицы от одной плоскости к другой за время полупериода колебаний плоскостей. Для этого использовалась встроенная функция «rkfixed», основанная на методе Рунге-Кутты с фиксированным шагом. Последним этапом этой подпрограммы было обращение к одной, из описанных выше, подпрограмм UDT или UDS, в зависимости от рассматриваемого случая удара. Таким образом, по значениям скоростей движения частицы после соударения с одной плоскостью и по фазе этого удара подпрограмма выводила вектор $(v_x, v_y, v_z, \Omega_x, \Omega_z, h_y)^T$ значений скоростей после удара с другой плоскостью и расстояние h_y , пройденное частицей вдоль оси y за время $t = 0,5T$ ($T = 2\pi/\omega$ – период колебаний).



На базе описанных функций была составлена система уравнений, которая по сути представляла собой условия периодичности и симметричности движения. Эти условия состояли в следующем: частица после соударения со второй плоскостью имеет такие же по абсолютному значению скорости движения, как и при отрыве от первой плоскости; обе плоскости установлены вертикально ($\alpha = 0$); они имеют одинаковую упругость ($R_1 = R_2 = R$) и шероховатость ($f_1 = f_2 = f$). Ниже приведено решение указанной системы с помощью, упомянутого выше, блока «Given-Find».

$$\begin{aligned}
 & \text{Given} \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_0 = v_x \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_1 = -v_y \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_2 = v_z \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_3 = -\Omega_x \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_4 = -\Omega_z \\
 & F(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)_5 = B - r \\
 & L := \text{Find}(v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z)
 \end{aligned} \tag{26}$$

Здесь учтено, что для симметричного движения знаки величин v_y, Ω_x, Ω_z при отскоке от первой и второй плоскостей различны.

Числовые индексы функции F обозначают номер координаты вектора $(v_x, v_y, v_z, \Omega_x, \Omega_z, h_y)^T$, который по умолчанию начинается с нуля (ORIGIN = 0). Буквами B и r обозначены, соответственно, зазор между плоскостями и радиус частицы. Отметим еще, что перед всеми, указанными выше, подпрограммами должны быть присвоены численные значения параметрам, которые в них используются, а перед служебным словом «Given» – заданы начальные приближения искомого неизвестных, указанных в виде аргументов функции «Find».

Решением указанной системы уравнений (26) являются численные значения величин $v_x, v_y, v_z, \varphi, \Omega_x, \Omega_z$ при которых наблюдается периодическое движение частицы. Имея эти значения, можно построить пространственные траектории перемещения частицы. Для этого достаточно получить решение уравнений (23)-(25) на протяжении одного периода колебаний. Причем начальными условиями движения частицы от первой плоскости ко второй (первый этап) следует взять: $x_0 = 0, y_0 = r, z_0 = 0, v_{x0} = v_x, v_{y0} = v_y, v_{z0} = v_z$ при $t = 0$, а при обратном движении (второй этап): $x_0 = \Delta x, y_0 = B - r, z_0 = \Delta z, v_{x0} = v_x, v_{y0} = -v_y, v_{z0} = v_z$ при

$t = 0, 5T$, где $\Delta x, \Delta z$ – приращение координат x и z на первом этапе перемещения.

Пусть на первом этапе движения частицы ее координаты вдоль осей x, y и z задаются функциями $\xi_1(t), \eta_1(t), \zeta_1(t)$, а на втором, соответственно $\xi_2(t), \eta_2(t), \zeta_2(t)$. Тогда параметрические уравнения движения частицы на произвольном интервале времени в среде «Mathcad» можно записать так:

$$\begin{cases}
 x(t) := \text{if}(0 \leq t - \tau < T/2, \xi_1(t - \tau), \xi_2(t - \tau)) + \\
 \quad + 2\Delta x \cdot \text{trunc}(t/T); \\
 y(t) := \text{if}(0 \leq t - \tau < T/2, \eta_1(t - \tau), \eta_2(t - \tau)); \\
 z(t) := \text{if}(0 \leq t - \tau < T/2, \zeta_1(t - \tau), \zeta_2(t - \tau)) + \\
 \quad + 2\Delta z \cdot \text{trunc}(t/T),
 \end{cases} \tag{27}$$

где: $\tau := T \cdot \text{trunc}(t/T)$ (28)

$\text{trunc}(\ell)$ – целая часть числа ℓ ;
 if – оператор условного перехода.

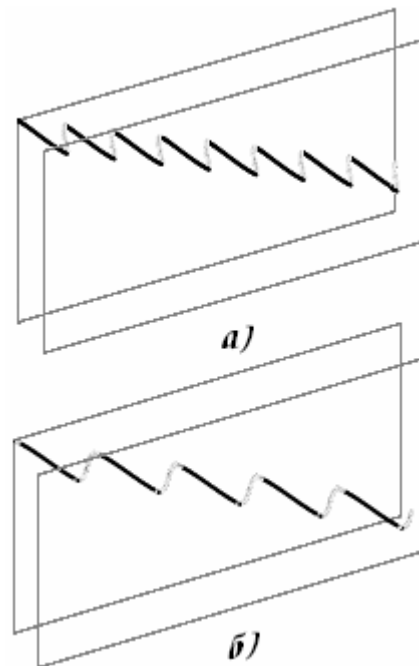
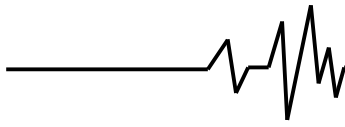


Рис. 3. Траектории движения шара между плоскостями в режимах частичного (а) и полного (б) скольжения при ударе

На рис.3 с использованием уравнений (27) построены графики пространственного движения частицы. Функции $\xi_i(t), \eta_i(t), \zeta_i(t), i = 1, 2$ получены с помощью блока для решения обыкновенных дифференциальных уравнений «Given-Odesolve». Расчеты показали, что установившийся режим с частичным скольжением при ударе наблюдается при высоких частотах колебаний, а режим с полным



скольжением при более низких частотах. Это объясняется тем, что повышение указанной частоты, при одном и том же расстоянии между плоскостями, увеличивает нормальную (вдоль оси y) скорость движения частицы – u_y , в результате чего становится справедливым условие (7). В этой связи для рис.3а частота составляла $\omega = 200\text{с}^{-1}$, а для рис.3б – $\omega = 120\text{с}^{-1}$. Кроме того, в целях лучшего визуального восприятия графиков (пропорциональности их расположения), для (а) принята скорость воздушного потока равная $V_n = 15\text{ м/с}$, а для (б) – $V_n = 10\text{ м/с}$. Другие показатели имели для обоих графиков следующие значения: $A = 0,005\text{ м}$; $B = 0,024\text{ м}$; $k = 0,1\text{ м}^{-1}$; $r = 0,002\text{ м}$; $R = 0,6$; $f = 0,64$; $\mu = 0,4$. Как видим, при установившемся движении частиц усредненными траекториями являются прямые линии. Средние скорости перемещения частицы по этим траекториям составили: для случая ЧС(а) – $0,63\text{ м/с}$; для случая ПС(б) – $2,14\text{ м/с}$. Фрагменты траекторий даны в течение одинакового времени, но, ввиду различия указанных скоростей, принят неодинаковый масштаб изображения: для случая ЧС рамка рисунка имеет размеры [м] $0,144 \times 0,065$, а для случая ПС – $0,473 \times 0,256$. Если предположить, что общая высота плоскостей составит $H = 0,6\text{ м}$, то в случае ЧС время нахождения частицы в движении составит $2,3\text{ с}$, а для случая ПС всего – $0,6\text{ с}$. Таким образом, в случае ЧС зерновая смесь будет удерживаться плоскостями в процессе обработки дольше, чем в случае ПС, что может положительно повлиять на качество разделения смеси. Кроме того, для установления периодического режима движения в случае ПС частицам необходимо разогнаться до скоростей, в несколько раз больших, чем в случае ЧС (для приведенного примера – почти в 4 раза). Это значит, что периодический режим движения с частичным скольжением (при выполнении условия (7)) будет наступать раньше, чем режим с полным скольжением.

Критерием разделения смесей на рассматриваемом сепараторе является дальность перемещения частиц плоскостями X_k . На рис.4 показаны графики зависимостей указанной дальности от параметров воздушного потока – V_n , k и параметра μ частицы, который характеризует ее инертность вращения. Расчеты проведены для случая, когда соударения частицы с плоскостями сопровождались эффектом частичного скольжения. Базовыми для расчета приняты те же данные, которые приведены выше к рис.3.

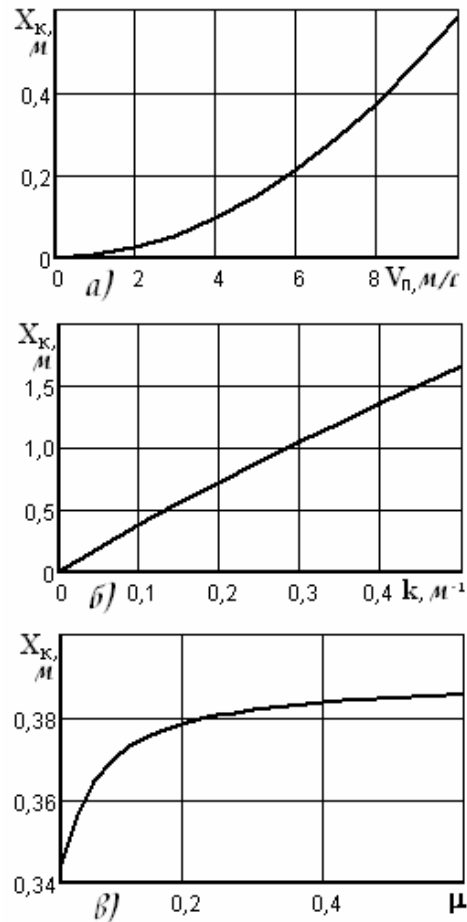


Рис. 4. Зависимость дальности перемещения частицы от параметров V_n , k , μ в случае частичного скольжения при ударе

Как и следовало ожидать, с ростом скорости воздушного потока V_n (рис.4а) и коэффициента сопротивления воздушной среды k (рис.4б) дальность перемещения частиц увеличивается (из-за увеличения составляющей R_x (19)). Что же касается параметра μ (рис.4в), то его увеличение оказывает тормозящий эффект при движении частицы вдоль осей x (1) и z (3). Но, снижение скорости вдоль оси x приводит к увеличению разности $\dot{x} - V_n$ и к соответствующему компенсирующему воздействию воздушной среды в направлении этой оси (19). В результате дальность X_k возрастает, но незначительно – в пределах всего 4 см . Другие параметры: частота ω и амплитуда A колебаний плоскостей, свободный зазор $h = B - 2r$ между плоскостями, упругость R частицы не оказывают влияния на дальность перемещения X_k в рассматриваемом режиме движения. Однако, с увеличением частоты ω наблюдается эффект увеличения времени

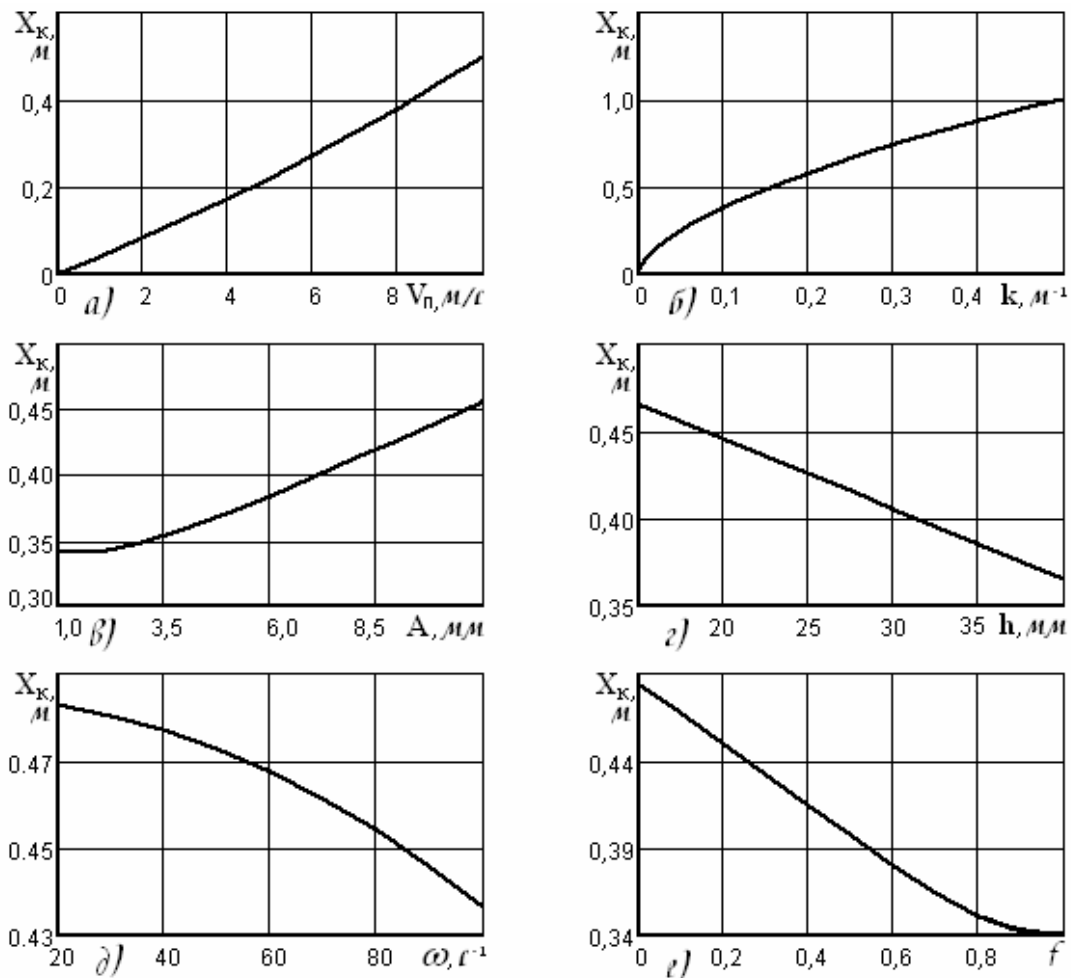


Рис. 5. Зависимость дальности перемещения частицы от параметров V_n, k, A, h, ω, f в случае полного скольжения при ударе

нахождения частиц между плоскостями за счет падения скоростей в направлении осей x и z .

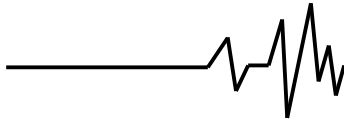
На рис.5 показаны графики зависимостей дальности X_x от параметров V_n, k, A, h, ω, f , когда соударения частицы с плоскостями сопровождались эффектом полного скольжения. Влияние параметров V_n, k (рис.5а,б) идентично предыдущему случаю (рис.4а,б). С ростом амплитуды (рис.5в) дальность перемещения увеличивается. Это связано с тем, что частица (с ростом A) за одно и то же время пролетает в направлении оси y все меньшее расстояние, а уменьшение нормальной скорости $|u_y|$ снижает величину касательных импульсов (8), (10). Причем указанное снижение различно в направлении координат x и z . Увеличение свободного зазора h по тем же причинам имеет обратное влияние на дальность X_x (рис.5г). Увеличение частоты колебаний ω приводит к увеличению скорости $|u_y|$ и касательных импульсов (8), (10), что снижает (опять-таки на различную величину) скорости движения частицы вдоль осей x и z . Очевидно, что при этом и дальность X_x

перемещения частицы меняется (рис.5д). Поскольку касательные импульсы при ударе с полным скольжением зависят от коэффициента трения f , снижение дальности X_x на рис.5е объясняется аналогично предыдущему.

Отметим, что последние четыре параметра (A, h, ω, f) оказывают гораздо меньшее влияние на дальность, чем первые два (V_n, k), которые отражают интенсивность воздействия на частицу воздушного потока. Упругость частицы R в обоих случаях удара (при частичном или полном скольжении) определяет лишь фазу удара и не изменяет траектории движения. Показатель инертности вращения μ оказывает влияние лишь на величину угловой скорости частицы (11), (13), но не влияет на линейные скорости перемещения ее центра масс.

Выводы

1. Известно [3], что при пространственном соударении двух тел осуществляется один из трех случаев удара: частичное скольжение 1 (ЧС1), частичное скольжение 2 (ЧС2) и полное



скольжение (ПС). Рассматривая удар шара о препятствие, нами установлено, что случаи ЧС1 и ЧС2 для шара описываются одними и теми же уравнениями удара, что дает основание объединить эти случаи в один – частичное скольжение (ЧС). Уравнения удара шара о препятствие получены как для одного – ЧС, так и для другого – ПС случаев, а также записано условие (7) их применения. Если это условие выполнено, то необходимо применить уравнения (1)–(6), иначе – уравнения (8)–(13).

2. На основании расчета показано существование периодических виброударных режимов движения шара между вертикальными колеблющимися плоскостями для различных случаев соударений – ЧС и ПС. Установлена возможность применения для поиска этих режимов блока «Given-Find» для решения систем нелинейных уравнений в среде «Mathcad». Показано, что список уравнений указанного блока может содержать подпрограммы-функции, в теле которых использованы средства для численного решения дифференциальных уравнений (например, встроенная функция «rkfixed»).

3. Критерием делимости зерновой смеси вибропневмосепаратором является комплексный показатель – дальность перемещения частиц в пространстве между плоскостями. Основными факторами, влияющими на дальность при движении частиц в установившемся периодическом режиме являются: скорость воздушного потока V_n и коэффициент k сопротивления воздушной среды. Кроме того, если при ударах реализуется ЧС, то на дальность оказывает незначительное влияние показатель μ , характеризующий инертность вращения (чем больше μ , тем больше дальность). Это должно положительно отразиться на качестве разделения, так как большие значения μ имеют зерна со слабо развитым ядром, почти вся масса которых распределена по скорлупе. Другие параметры, такие как ω , A , h , R в случае реализации ЧС не оказывают влияния на дальность. Если же при ударе используется случай ПС, то кроме основных факторов V_n и k на дальность влияют почти все параметры, за исключением R и μ . Это дает возможность оптимизировать процесс разделения зерновых смесей по большому числу параметров.

4. В установившемся режиме движения частиц ЧС реализуется при более высоких частотах колебаний, чем ПС. Увеличение же частоты влечет за собой снижение средней скорости перемещения и, тем самым, увеличение

времени нахождения частиц в процессе обработки. Это должно оказать положительное влияние на качество разделения смесей особенно, если учесть неизбежный контакт различных частиц в области загрузки и потребность во времени на восстановление их свободного движения. Кроме того, невысокие линейные скорости, необходимые для установления периодического режима движения в случае ЧС, можно получить за счет естественного разгона частиц при падении с высоты всего в несколько сантиметров, не прибегая к усложнению конструкции устройства загрузки. Указанные особенности отсутствуют в случае, когда соударения сопровождаются ПС, поэтому случай с использованием ЧС следует считать предпочтительным.

Литература

1. А.с. 1251967 (СССР). Вибрационная очистительно-сортировальная машина для разделения зерновых смесей по коэффициенту парусности /А.И.Завгородний, В.А.Сметанкин, А.Б.Азарова и др.– Оубл. в Б.И., 1986, №31.
2. Патент на корисну модель 64488 від 10.11.2011. Вібросепаратор вертикального типу з повітряним потоком для розділення сипучих сумішей / Сіняєва О.В., Завгородній О.І.: Україна, Український інститут промислової власності.
3. Плявниекс В.Ю. Пространственное соударение двух тел. // Вопросы динамики и прочности, №20.–Рига: “Зинатне”, 1970.–С.75-88.
4. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин.– изд-во УАСХН, 1960.–284с.
5. Абдуев М.М., Бакум М.В., Манчинський Ю.О., Сичов В.В., Леонов В.П. Теоретичні дослідження характеристик руху часток у нахиленому повітряному каналі при зміні характеристик епюри швидкості повітря по висоті каналу // Механізація сільського господарства: Вісник ХДТУСГ.– Харків, 2003.– Вип.21.– С.88-94.
6. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы.– М.: Наука, 1973.– 592с.
7. Завгородний А.И., Обыхвост А.В. К исследованию движения частиц округлой формы по рабочим поверхностям машин // Динаміка та міцність машин, будівель і споруд: Зб. наук. пр. ПНТУ ім.Ю.Кондратюка – Полтава, 2009.– С.119-125.
8. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 14 (+CD).– СПб.: Питер, 2007.– 592с.